TRES METÀFORES MATEMÀTIQUES AL SERVEI DE L'ANÀLISI DEL TERRITORI I DE LA TENSIÓ URBANA – RURAL

David Jou
Departament de Física
Universitat Autònoma de Barcelona
08193 Bellaterra

Resum
Considerem alguns aspectes físics sobre l'espai i el temps que poden ajudar a la reflexió sobre el territori. En concret, tractaré tres situacions: la tensió entre agregació i dispersió en l'estructuració de l'espai, la tensió entre rendiment i potència en la gestió del temps i l'energia, i la tensió entre continuïtat i discontinuïtat en la predicció del futur.

Introducció

La modelització matemàtica de situacions molt diverses en ciències naturals, enginyeries, medicina i ciències humanes aporta més matisos que una visió purament qualitativa, i permet més capacitat predictiva i una millor organització i gestió de les dades corresponents. En les ciències humanes, la modelització de situacions d'interès social ha anat agafant embranzida després de la modelització, ja molt elaborada però de resultats encara molt discutibles –especialment pel que fa des de la perspectiva de la seva contribució al bé comú–, de problemes econòmics. Aquí no parlaré pròpiament de models matemàtics sobre el món rural i món urbà, tema de reflexió de la segona jornada d'aquest cicle de conferències, sinó de metàfores matemàtiques. Amb altres paraules, no intentaré apropar-me als detalls del problema concret, sinó presentar algunes situacions diferents de la tractada però que, per analogia, puguin estimular la reflexió sobre l'espai i el temps, temes tan rics en general, i tan bàsics en l'anàlisi del territori. En concret, tractaré tres situacions: la tensió entre agregació i dispersió en l'estructuració de l'espai, la tensió entre rendiment i potència en la gestió del temps i l'energia, i la tensió entre continuïtat i discontinuïtat en la predicció del futur.

La tensió entre agregació i dispersió en l'estructuració de l'espai

Dintre de la física, hi ha diverses maneres de considerar l'espai: el dinamisme de l'espai en la relativitat general; les fluctuacions de l'espaitemps en el buit quàntic primordial; i la frontera de l'espai en l'horitzó d'esdeveniments dels forats negres, són, potser, les situacions més extremes pel que fa al caràcter sorprenent a què pot arribar aquesta indagació física sobre quelcom aparentment tan obvi i transparent com l'espai. Tinguem present, per exemple, que el dinamisme de l'espai és el protagonista de l'expansió de l'univers, ja que no són les galàxies les que es mouen respecte d'un espai preexistent, sinó que és l'espai, en la seva expansió, el que arrossega les galàxies, gairebé immòbils respecte de l'espai, o que les suposades fluctuacions de l'espaitemps quàntic –per ara no observades– podrien jugar un paper crucial com a generadores d'universos segons la cosmologia quàntica.

Aparentment, el món de la cosmologia està molt lluny del món del territori, pel que fa a l'escala espacial i temporal i pel que fa als habitants i les dinàmiques

respectives. Tot i això, la formació i distribució de les galàxies en l'espai il·lustra prou bé les característiques bàsiques d'una *competició entre estructura i homogeneïtat*. Des del punt de vista de la física bàsica, el problema bàsic de l'estructuració d'un sistema rau en que el segon principi estableix que els sistemes aïllats tendeixen cap a la màxima entropia, és a dir, al màxim desordre, el màxim grau de mescla, i la homogeneïtat total. Com pot ser, doncs, que l'univers s'hagi estructurat en galàxies a partir d'un gas primordial homogeni? Com pot ser que els sistemes vius –un embrió, per exemple– s'estructurin espontàniament en teixits i òrgans diferenciats? La resposta està en que els sistemes vius no estan en equilibri, en que la seva acció produeix més entropia a l'exterior que no pas disminueix l'entropia interior, i que, prou lluny de l'equilibri, molts sistemes tendeixen a diferenciar-se i estructurar-se. En general, en aquests processos hi ha una *competència entre un element diferenciador i un element homogeneïtzador*. A prop de l'equilibri, guanya l'element homogeneïtzador; lluny de l'equilibri, l'element estructurador.

El procés de formació de les galàxies a partir d'un gas d'hidrogen i heli repartit homogèniament per l'espai còsmic és un dels temes fonamentals de la cosmologia física. Hi podem veure, en certa manera, una metàfora de l'evolució d'una població repartida inicialment per un cert territori cap a una agregació en un cert nombre de punts (pobles o ciutats) cada vegada més grans. Aquesta anàlisi parteix de *la tensió entre dos factors contraposats*: una *tendència gravitatòria a l'agregació* (més massa atreu amb més força) i una *tendència tèrmica a la dispersió* (més densitat suposa més pressió i, per tant, dispersió cap a les zones de menys pressió). El compromís entre aquestes dues tendències determina el procés de formació i el ritme de creixement de les galàxies, i l'etapa en què les galàxies es comencen a formar.

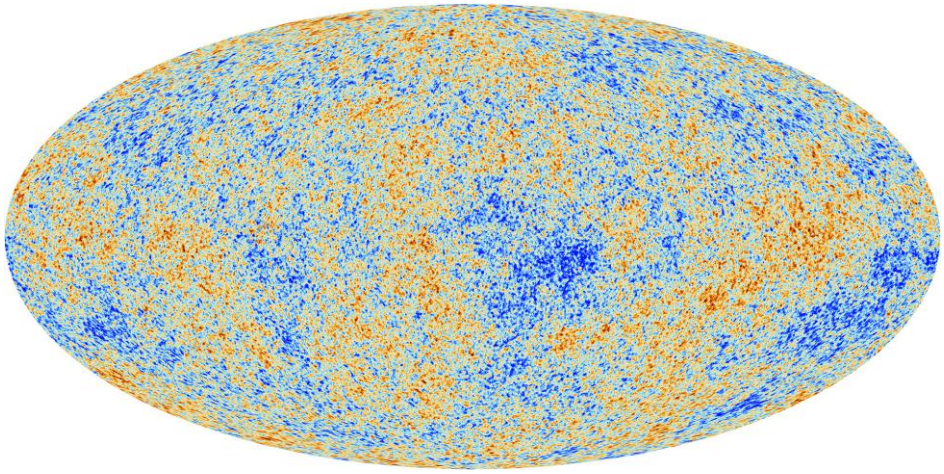

Figura 1. Aspecte de l'Univers quan tenia uns 400 000 anys. Els punts grocs són les llavors de les galàxies, petites zones de densitat més elevada que la mitjana, a l'entorn de les quals es va anar agrupant el gas d'hidrogen i heli fins a formar les galàxies primitives, i les zones blaves les zones amb baixa densitat de matèria, on no es van poder formar galàxies. Satèl·lit Planck, Agència Espacial Europea, 2012.

Ara bé, les galàxies, tal com les ciutats humanes, no estan escampades a l'atzar, ni ordenades regularment, sinó que es distribueixen al llarg de línies privilegiades, que en el cas de les ciutats estan relacionades amb les costes, els rius o les grans vies de

transport ferroviari o per carretera. Les galàxies s'agrupen en cúmuls i cúmuls de cúmuls distribuïts al llarg de línies o superfícies immenses al voltant de grans zones buides. Aquestes zones d'acumulació de les galàxies estan relacionades amb l'agregació prèvia de matèria fosca, l'atracció gravitatòria de la qual facilita la formació de les galàxies. En efecte, aquesta matèria fosca, que és unes sis vegades més abundant que no pas la matèria normal, comença a agregar-se des dels primers minuts de l'univers, mentre que la matèria normal no pot començar a agregar-se fins als quatre-cents mil anys, ja que abans està ionitzada i sotmesa a la pressió homogeneïtzadora de la radiació electromagnètica, a la qual la matèria fosca no és sensible.

Un altre àmbit d'estructuració de l'espai, a escala molt més petita, és la morfogènesi en el desenvolupament biològic, és a dir, l'aparició de zones diferenciades a partir d'un fons de cèl·lules inicialment idèntiques, que durà als teixits i òrgans que configuren el cos. Una modelització relativament simple d'aquest procés fou proposada pel cèlebre matemàtic Alan Turing (especialment conegut pels seus treballs pioners sobre ordinadors, i per la seva contribució a desencriptar els codis secrets dels submarins alemanys durant la segona guerra mundial). Aquesta modelització combina *la difusió* (transport de partícules des de zones de més concentració a zones de menys concentració) *com a procés d'homogeneïtzació*, i *l'autocatàlisi* (reacció en què una partícula transforma partícules diferents en partícules idèntiques a ella) *com a procés d'agregació* (o d'augment de les inhomogeneïtats). A mesura que l'embrió va creixent, es van presentant diferents escales d'organització i la formació d'òrgans diversos.

Tant en el cas còsmic com en el biològic, el compromís entre les dues tendències estableix un cert llindar de concentracions per sota del qual predomina la homogeneïtat i per sobre del qual predomina la diferenciació.

La tendència de la població a agrupar-se o dispersar-se és un factor important en l'organització del territori. Hi ha elements que impulsen l'agrupament i d'altres la dispersió. Per això, convé identificar-los bé si es vol actuar sobre el territori. Construir vies ràpides, transports eficaços, contribueix a la dispersió de la gent, a l'homogeneïtat (si més no, al llarg de les zones privilegiades amb bones vies de transport): la gent pot anar a viure lluny de la ciutat perquè hi podrà accedir amb facilitat. En canvi, el ritme multiplicatiu de l'economia fa que creixi més ràpid en ambients on hi ha més densitat de contactes i d'intercanvis, que són elements que afavoreixen l'agrupament. El somni (sovint no realitzat) de millors condicions de treball o d'un futur més prometedor fan que la gent opti per migrar cap a les ciutats.

La tensió entre rendiment i potència en la gestió de l'energia

La faceta temporal de la vida col·lectiva ha anat incrementant la seva preeminència a mesura que la tecnologia ha anat accelerant el ritme de canvis i augmentant la intensitat de fluxos (de poblacions, de mercaderies, d'informació, de capitals) entre territoris diversos. La mobilitat quotidiana i estacional és un aspecte concret molt rellevant en l'anàlisi de la geografia humana i la gestió del territori i del treball. La mesura de tots aquests fluxos és avui més important que no pas la de paràmetres clàssics més estàtics, relacionats amb nombres d'habitants, de vivendes, de botigues, de fàbriques ...

El concepte de sostenibilitat està vinculat estretament amb el temps. En efecte, una situació és sostenible si el consum de recursos és inferior a la producció de nous recursos. Quan el consum o despesa supera la producció o guany, van disminuint les reserves i el patrimoni que podem deixar a generacions futures. El ritme temporal també té incidència directa en la vida econòmica: quan la producció excedeix el consum es van acumulant excedents i baixant els preus. Ajustar els ritmes és una de les dificultats principals en l'evolució biològica, per passar de procariotes a eucariotes, transició que sembla immediata però que va requerir mil dos-cents milions d'anys!, i d'organismes unicel·lulars a pluricel·lulars, que va requerir mil milions d'anys més.

Des del punt de vista físic, un aspecte de l'anàlisi del temps és la relació entre els diversos ritmes temporals, i el consum d'energia i la producció de deixalles de cadascun d'ells. Una il·lustració senzilla la proporciona una anàlisi simplificada de les màquines tèrmiques, és a dir, de les màquines que produeixen treball mecànic o energia elèctrica a partir d'energia tèrmica, i que han estat molt estudiades, ja des de començaments de la revolució industrial iniciada a les acaballes del segle XVIII amb les màquines de vapor.

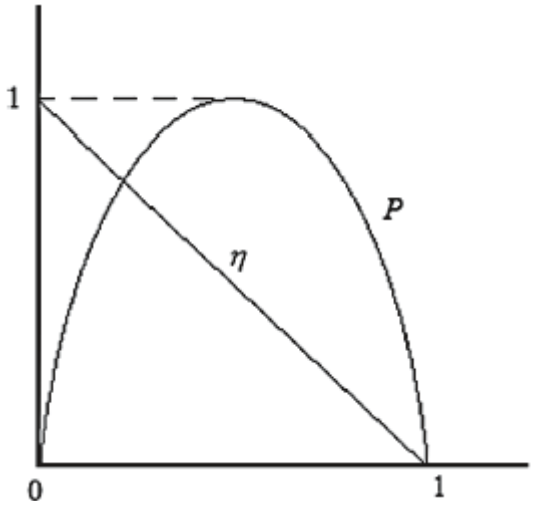

Figura 2. Rendiment η i potència P d'una màquina tèrmica (eix vertical) en funció del ritme amb què es duu a terme el cicle (eix horitzontal), és a dir, en funció de la inversa del temps que dura el cicle. Per a cicles molt lents, el rendiment és gran però la potència és baixa. Anar augmentant el ritme del cicle, fa que el rendiment baixi però la potència pugi, en un cert interval de rimes. Un ritme massa ràpid fa disminuir tant el rendiment com la potència.

El màxim rendiment de les màquines tèrmiques s'assoleix quan el seu funcionament és reversible (rendiment de Carnot), però això suposa potència nul·la, ja que el procés és molt lent. A la pràctica, interessa una potència finita, és a dir, fer un treball en un temps finit determinat i no pas en un temps infinit. Tal com es pot veure en la Figura 2, com més gran és el ritme de la màquina, més petit n'és el rendiment, però més gran és la potència produïda, fins a un cert punt (corresponent al màxim de la corba P en la Figura). Més enllà d'aquest ritme, el rendiment continua disminuint i la potència torna a disminuir, ja que el que es perd en rendiment supera al que es guanya en velocitat. Un ritme massa ràpid de canvis, doncs, és negatiu en tots dos aspectes, de rendiment i de potència.

Així, en la zona de la Figura en què la potència creix, hi ha un *compromís entre més rendiment* –funcionament més lent però més eficient– *i més potència* –funcionament més ràpid però menys eficient. La primera situació aprofita més els recursos i produeix menys deixalles, però és més lenta; la segona aprofita menys els recursos i produeix més deixalles, però és més ràpida. A la pràctica ens decantarem més cap a una situació o l'altra en funció de diversos factors. Un d'ells és el preu del combustible –si és car, l'aprofitarem millor i prioritzarem un ritme més pausat i un rendiment més elevat; si és barat, tendirem a voler disposar de més energia per unitat de temps i prioritzarem la potència–. Un altre factor és el preu a què venem el treball –si és alt, tindrem més guanys com més treball fem per unitat de temps i prioritzarem la potència.

De fet, *la naturalesa utilitza totes dues estratègies* pel que fa a la reproducció de les espècies. Algunes espècies produeixen molts descendents però amb poc rendiment –en sobreviuen molt pocs–, mentre que d'altres en produeixen pocs però amb molt rendiment –la majoria dels descendents sobreviu–. Un altre aspecte de compromís entre potència i rendiment el trobem en la fosforilació oxidativa (procés bàsic de la respiració a nivell cel·lular, és a dir, de l'emmagatzemament de l'energia subministrada per la respiració en molècules d'ATP, monedes de canvi energètic a escala molecular). En el teixit adipós marró d'animals que hivernen, durant l'hivern no cal fer treball, sinó produir calor per tal de mantenir l'animal dintre d'un interval suficient de tempeartura. En canvi, quan arriba la primavera i l'animal es desperta i torna a la vida usual, no caldrà més calor, sinó més treball, per a córrer, caçar o fugir, aparellar-se i altres activitats. Aquest canvi de màxim rendiment a màxima potència es fa gràcies a hormones que durant l'hivern desacoblen l'oxidació de la fosforilació. En el cas de la fosforilació en els mitocondris, un augment de potència i reducció de rendiment pot dur a la producció de radicals lliures, molècules molt reactives que ataquen molècules o orgànuls importants per a la vida cel·lular. Això degrada alguns aspectes del funcionament cel·lular i provoca envelliment cel·lular.

La tensió entre continuïtat i discontinuïtat en la predicibilitat del futur

Una de les dificultats de predir el futur és que *les relacions entre causa i efecte, a més de ser multifactorials, no són lineals*. La dependència respecte de diversos factors, alguns dels quals incrementen l'efecte i altres el redueixen, és ja un problema prou complicat. Però a aquesta dificultat s'hi afegeix la no linealitat. Aquest segon qualificatiu vol dir que la relació entre causa i efecte no és una línia recta, que representi una proporcionalitat entre els increments de la causa i de l'efecte, sinó línies corbades que poden créixer de manera diferent en diverses zones, de manera que la relació entre causa i efecte varïi segons el valor de la causa (o de l'efecte). Un cas particularment complicat és el cas en què la corba presenti discontinuïtats, perquè en elles un canvi petit en la causa pot donar un canvi brusc i important en l'efecte. Això és especialment remarcable en comparar les dues corbes de la Fig 3.

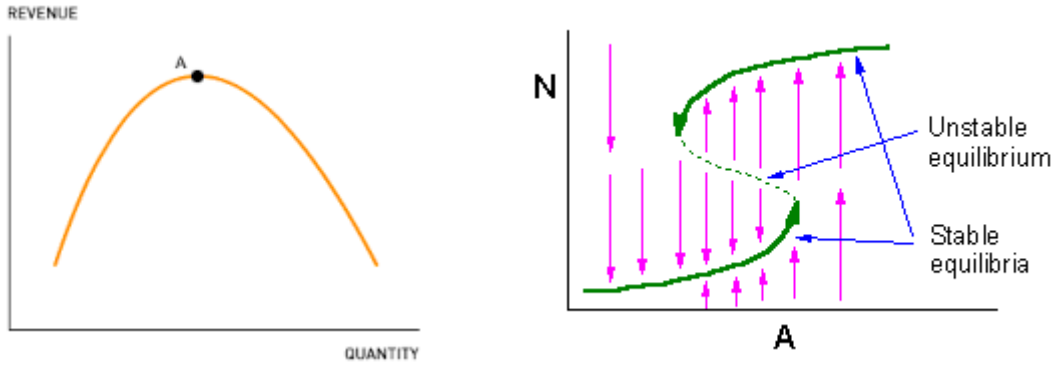

Figura 3. Algunes possibles relacions no lineals entre "causa" (eix horitzontal) i "efecte" (eix vertical). En la corba de l'esquerra, petites variacions de la causa sempre produeixen variacions petites de l'efecte; en canvi, en la corba de la dreta, hi ha punts en què una variació petita de la causa produeix un canvi gran i brusc en l'efecte.

En la corba de l'esquerra, la variació sempre és contínua; si la "causa" varia poc, l'"efecte" també varia poc.. Si volem que la funció augmenti però constatem que, passat un màxim, comença a disminuir, podem reduir la causa i tornar al màxim. En canvi, en la segona corba, una variació petita de la causa en un cert punt fa augmentar bruscament l'efecte. Efectivament: a mesura que la "causa"va augmentant suaument també ho fa l'efecte, fins que, arribat a un cert valor de la "causa" es produeix un augment brusc de l'"efecte". Observem que per tornar a reduir l'efecte a un valor petit no n'hi ha prou amb reduir una mica la causa, sinó que cal reduir-la considerablement, fins que es produeix el descens brusc de l'efecte que es veu en la figura.

Podríem considerar com a il·lustració particular d'aquest comportament l'increment del nombre de gent en atur en funció de la reducció anual del dèficit imposada als països de la Unió Europea. La Unió imposà arribar a un dèficit menor del 3 % en sis o set anys, en lloc de fer aquesta reducció en deu o dotze anys. Probablement, una reducció més lenta hauria produït un increment relativament baix en la taxa de l'atur; en canvi, en depassar la taxa de reducció anual un cert valor, l'augment de l'atur ha estat molt més gran.

Comentaris finals

Hem tractat dos aspectes físics relativament poc coneguts de l'espai i del temps, que són rellevants en l'estudi d'alguns aspectes del territori: l'agregació d'elements inicialment dispersats per un cert espai i que posteriorment s'agrupen en uns pocs punts amb població elevada i densa, deixant gairebé despoblades grans àrees de l'espai inicial; pel que fa al temps, hem vist que incrementar la potència implica haver de reduir el rendiment. Pel que fa a l'agregació, no només s'ha produït des de l'àmbit rural a l'urbà, sinó també des de països pobres a països rics. Els factors han estat demogràfics, econòmics i també bèl·lics. En aquest cas, les forces d'agregació han estat, més que una veritable efecte crida o atracció (com els factors gravitatori o autocatalític considerats en els exemples de la primera secció d'aquest escrit), un efecte fugida, és a dir, un efecte de repulsió, amb dinàmiques diferents a les que són purament d'atracció.

L'aspecte temporal és crucial en els canvis. Ja hem comentat que *la sostenibilitat és una qüestió de ritmes*: consum d'aliments, de combustibles o de capital disponible, a un ritme menor o igual al de reposició corresponent. Però hi ha altres aspectes relacionats amb els ritmes. Un d'ells és el *ritme elevat de les migracions humanes*. Si el nombre de persones amb pocs recursos que arriben anualment a una comunitat determinada és superior al nombre de persones que raonablement pot acollir la comunitat (segons la seva disponibilitat de recursos, d'habitatge, d'escoles, de serveis) es produiran situacions de tensió creixent que no es produirien si el ritme d'arribada fos més lent.

Un altre element desestabilitzador és el *ritme elevat de novetats tecnològiques i de canvis socials* provocats per aquestes. Si el ritme és massa elevat, es pot produier un desarrelament notable de molta gent que veu com el món canvia a un ritme superior a la seva capacitat de comprensió i d'adaptació. No és tan sols un problema per a la gent gran: també els joves, més avesats a la novetat, tindran una barrera intel·lectual i imaginativa que els farà molt difícil de comprendre i de jutjar amb equanimitat els temps anteriors als seus.

Una manera d'establir un *impost ecològic* basat en teories termodinàmiques podria ser gravar la disminució del rendiment real respecte del rendiment màxim. El segon principi de la termodinàmica indica que aquest rendiment màxim no és mai del cent per cent, sinó que està limitat pel rendiment de Carnot, que és tan sols d'un vint-i-set per cent si treballéssim entre zero graus i cent graus centígrads en l'escala Celsius usual (el rendiment es pot elevar si la font calenta està a temperatura més elevada). Es podria gravar, doncs, la disminució del rendiment respecte d'aquest valor, però això seria irreal, ja que el rendiment de Carnot només s'aconsegueix a potència nul·la. Seria més realista gravar la disminució del rendiment respecte del rendiment a màxima potència o, si volem ser més estrictes i afavorir rendiment elevats, podríem prendre com a rendiment de referència, per sota del qual gravaríem amb l'impost ecològic, el valor mitjà entre el rendiment de carnot i el rendiment a màxima potència.

La sostenibilitat suposa també tenir en compte el patrimoni natural de les generacions futures. Tot i això, es parla molt de la degradació ambiental, i massa poc del deute econòmic que la nostra generació està deixant, per pagar-se instal·lacions i serveis no del tot imprescindibles que no sempre les generacions futures podran aprofitar, però sí hauran de pagar.

Bibliografia

Jou D., *El laberinto del tiempo*, Editorial Pasado y Presente, Barcelona, 2014
Jou D., *Materia y materialismo*, Editorial pasado y Presente, Barcelona, 2015
Lebon G., Jou D., Casas-Vázquez J, *Understanding non-equilibrium thermodynamics. Foundations, applications, frontiers*, Springer, Berlín, 2008
Martínez Alier J, *Economia i ecologia*, Edicions 62, Barcelona, 1991
Prigogine I e I Stengers, *La nueva alianza: metamorfosis de la ciencia*, Alianza editorial, Madrid, 2004
Prigogine I , Stengers I, *Entre el tiempo y la eternidad*, Alianza editorial, Madrid, 1994